

## Тема 5. ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД И ОЦЕНКА ЕГО РЕЗУЛЬТАТОВ

**Цель изучения темы:** Научить организации и проведению выборочного исследования, а также интерпретации его результатов.

Для достижения поставленной цели ординатор должен:

**Уметь:**

- Сформировать репрезентативную по количеству и качеству выборку.
- Вычислять ошибку репрезентативности для средних и относительных величин в больших и малых выборках
- Вычислять доверительный интервал для средних и относительных величин и уметь правильно его интерпретировать.

**Знать:**

- основные термины и понятия.
- методы формирования репрезентативной выборки.
- точечную оценку параметра.
- интервальную оценку параметра.

### Основные термины и понятия

Закон больших чисел. Генеральная совокупность. Выборочная совокупность (выборка), репрезентативность выборки (качественная и количественная), рандомизированный отбор, методы формирования выборки (случайный, механический, типический, серийный, когортный, парный, моментный срез).

Оценка параметра, ее состоятельность, несмещенность и эффективность. Достоверность результатов и ее оценка.

Точечная оценка параметра, ошибка репрезентативности, критерий достоверности  $t$  (Стьюдента), уровень значимости, предельная ошибка выборки, интервальная оценка, доверительный интервал. Определение объема выборки.

### Краткое содержание учебного материала

Выборочное наблюдение - вид несплошного наблюдения, при котором отбор подлежащих обследованию единиц наблюдения из **генеральной совокупности (population)** осуществляется случайно, отобранная часть (**выборка (sample)**) подвергается обследованию, после чего результаты распространяются на всю исходную совокупность.

*Положительные стороны выборочного метода:*

- может быть единственно доступным способом сбора данных, если единицы наблюдения во время исследования подвергаются порче или уничтожению;
- экономичность;
- сжатые сроки исследования, что ускоряет получение результата;
- большая точность получения результата за счет уменьшения случайных ошибок при сборе материала;
- возможность задать надежность и точность исследования.

*Отрицательные стороны выборочного метода:*

- неизбежна ошибка в исследовании, связанная с тем, что не все единицы наблюдения подвергаются отбору;
- может быть нежелательным, если по официальным предписаниям необходимо регистрировать каждую единицу наблюдения;
- для редких событий малые выборки могут не накопить достаточного числа случаев;

- при социологических исследованиях может вызвать чувство дискриминации у населения.

Эпидемиологические аспекты выборочного исследования были подробно рассмотрены в соответствующем разделе (часть 1). Здесь мы остановимся на статистических аспектах данной проблемы, хотя эти два подхода неразрывно связаны между собой, составляя единую оболочку для научного исследования.

Основное требование, предъявляемое к формированию выборки – **случайность отбора** единиц наблюдения из генеральной совокупности, при котором каждой единице наблюдения обеспечивается равная вероятность попадания в выборку (**рандомизированный отбор**) (**randomization**).

### **Виды выборок:**

1. *В зависимости от способа отбора единиц наблюдения (от способа организации совокупности):*

- **случайная:** отбор единиц наблюдения производится непосредственно из генеральной совокупности. Случайность отбора достигается путем применения жеребьевки или использования таблицы случайных чисел. Различают бесповторную выборку и повторную (после регистрации единицы вновь возвращаются в генеральную совокупность)
- **механическая:** генеральная совокупность разбивается на равные части, из которых затем в заранее обусловленном порядке отбирают единицы наблюдения под определенным номером (например, каждую пятую), так, чтобы обеспечить необходимое число наблюдений.
- **типологическая (типическая):** генеральная совокупность разбивается на качественно однородные по изучаемому признаку группы, а затем из этих групп производят случайный отбор необходимого числа единиц наблюдения; объем выборки в каждой типической группе устанавливается пропорционально ее удельному весу в генеральной совокупности (пропорциональный отбор), а иногда и с учетом вариации в ней изучаемого признака (оптимальный отбор)
- **серийная (гнездовая):** отбору подлежат не отдельные единицы наблюдения, а целые их группы (серии или гнезда), в составе которых единицы наблюдения связаны определенным образом: территориально (районы, селения и др.) или организационно (студенческие группы, больницы, предприятия и др.) и которые отбираются из генеральной совокупности по принципу случайного или механического отбора. Внутри серии производится сплошной отбор единиц наблюдения.
- **комбинированная**

2. *По этапам отбора:*

- одноступенчатая
- многоступенчатая

3. *В зависимости от числа программ отбора:*

- однопрограммная (однорядная)
- многопрограммная (многорядная)

Модификации видов выборок:

- метод направленного отбора
- метод парных выборок
- когортный метод
- метод моментного среза

## Теоретическая основа выборочного метода

Взаимосвязь статистических показателей выборочной и генеральной совокупностей определяется законом больших чисел, выражаясь в теореме П. Л. Чебышева: чем больше число некоторых случайных величин, тем их средняя арифметическая ближе к средней арифметической генеральной совокупности, т.е. тем меньше разница между показателями выборочной и генеральной совокупностей. По мере увеличения числа наблюдений вероятность осуществления приближения показателя выборки к показателю генеральной совокупности становится все больше, стремясь к единице, если число наблюдений стремится к бесконечности. Для того, чтобы могла проявиться эта закономерность, выборка должна быть репрезентативна (представительна) по отношению к генеральной совокупности.

**Репрезентативность** - это способность выборочной совокупности как количественно, так и качественно отражать свойства генеральной совокупности. Количественная репрезентативность достигается достаточностью числа наблюдений, качественная - соответствием признаков единиц наблюдения в выборочной и генеральной совокупностях.

Любое значение параметра, вычисленное на основе ограниченного числа наблюдений, непременно содержит элемент случайности. Такое приближенное, случайное значение называется **оценкой параметра**. Оценка параметра должна быть доброкачественной, что определяется тремя факторами, которые дают наименьшие ошибки расхождения показателей выборочной и генеральной совокупностей:

- состоятельность оценки, т.е. при увеличении числа наблюдений оценка параметра приближается к его значению в генеральной совокупности;
- несмещенность оценки, т.е. при оценке отсутствуют систематические ошибки в сторону завышения или занижения параметра генеральной совокупности;
- эффективность оценки, т.е. оценка должна обладать минимальной вариабельностью.

Как правило проводят точечную и интервальную оценку параметра.

### Точечная оценка параметра

Точечная оценка параметра выражается в **ошибке репрезентативности (standard error)**, которая показывает на сколько отличаются обобщающие коэффициенты (показатели), полученные при выборочном исследовании, от тех коэффициентов, которые могли бы быть получены при сплошном исследовании.

Вычисление ошибки репрезентативности (m):

1. Для количественных признаков:  $m_x = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  ;

2. Для номинальных и порядковых признаков:  $m_p = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}$  ;

при показателях (коэффициентах), близких к 0 или к 100%:  $m_p = \sqrt{\frac{t^2 \cdot 100}{n \cdot t^2 + 1}}$

3. При распределении Пуассона:  $m = \sqrt{\frac{x}{n}}$

Условные обозначения:

$\sigma$  - стандартное отклонение (sample variance)

n - число наблюдений в выборке (sample size)

p - частота появления признака в совокупности (significance level)  
 q - показатель, альтернативный  
 t - доверительный коэффициент  
 x - средняя величина (sample mean)

Способы, уменьшающие ошибку репрезентативности:

- увеличение числа наблюдений
- уменьшение вариабельности признака

### Интервальная оценка параметра

Знание величины ошибки репрезентативности недостаточно, чтобы быть уверенным в результатах выборочного исследования, т.к. конкретная ошибка одного выборочного наблюдения может быть больше (меньше) средней ошибки выборки. Поэтому на практике определяют так же пределы возможных ошибок выборки или **предельную ошибку выборки ( $\Delta$ )**. Т.к. предельная ошибка может быть как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения, то говорят о **доверительном интервале** или **доверительных границах (confidence interval, CD)**, в пределах которых будет находиться показатель генеральной совокупности на основании данных выборочного исследования

Выход результата за пределы доверительных границ в следствие случайных колебаний имеет незначительную вероятность. Пределы возможных отклонений, выраженные в долях t, оценивают по формуле:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{x}}{m_x}; \quad \bar{x} - \bar{x} = t \cdot m_x; \quad \Delta = t \cdot m_x,$$

где

x - значение показателя в выборке

x - значение показателя в генеральной совокупности

m - ошибка репрезентативности

t - доверительный коэффициент (критерий достоверности или критерий Стьюдента), который показывает с какой вероятностью данные выборки совпадут с данными генеральной совокупности.

Существует таблица соответствия интеграла вероятности-и значения t (Таблица Стьюдента). При числе наблюдений больше 30 можно пользоваться следующей закономерностью: вероятности безошибочного прогноза p = 0,68 приблизительно соответствует  $t \cong 1$ ; при p = 0,95  $t \cong 2$ , при p = 0,99  $t \cong 3$ .

При малом числе наблюдений (не более 30) вероятности нахождения выборочных значений в пределах значений t, которые характерны для больших выборок, значительно снижаются, т.е. для достижения тех же вероятностей нужно взять значительно большие интервалы  $\bar{x} \pm tm$ . В этих случаях оперируют значениями t, приведенными в таблице Стьюдента.

Для большинства медицинских исследований допускают p = 0,95 или 95%. В этом случае вероятность выхода результата выборочного исследования за границы доверительного интервала, т.е. вероятность ошибки составляет 0,05 или 5%. Поэтому говорят, что результат исследования получен с уровнем значимости 0,05 (p=0,05). При необходимости более строгой оценки p=0,99 (99%), вероятность ошибки составит 0,01 (1%) и следовательно уровень значимости будет p=0,01

Часто на практике необходимо оценить надежность и точность исследования, т.е. нужно знать, к каким ошибкам может привести замена параметра (результата в генеральной совокупности) его точечной оценкой (результатом в выборке с учетом ошибки репрезентативности) и с какой уверенностью можно ожидать, что эти ошибки не выйдут за известные пределы.

Точность оценки определяется доверительным интервалом (границами), надежность оценки определяется доверительной вероятностью, с которой оценка воспроизводится в

пределах доверительных границ. Чем выше точность исследования, тем меньше его надежность. В результате при больших доверительных границах, уровень вероятности (или уровень значимости) может не достигать значений, принятых для медицинских исследований

### Определение доверительных границ (доверительного интервала):

- для количественных признаков

$$\bar{x} = \bar{x} \pm t \cdot m_x; \quad \bar{x} - t \cdot m_x \leq \bar{x} \leq \bar{x} + t \cdot m_x;$$

- для номинальных и порядковых признаков

$$\bar{p} = \bar{p} \pm t \cdot m_p; \quad \bar{p} - t \cdot m_p \leq \bar{p} \leq \bar{p} + t \cdot m_p.$$

### Определение объема выборки

1. По специальным таблицам с заданной предельной ошибкой (таблица Боярского)

2. По формулам:

а) для количественных признаков:

- при неизвестной численности генеральной совокупности:

$$n = \frac{\sigma^2 \cdot t^2}{\Delta^2};$$

- при известной численности генеральной совокупности:

$$n = \frac{\sigma^2 \cdot t^2 \cdot N}{\Delta^2 \cdot N + \sigma^2 \cdot t^2};$$

б) для номинальных и порядковых признаков:

- при неизвестной численности генеральной совокупности:

$$n = \frac{p \cdot q \cdot t^2}{\Delta^2};$$

- при известной численности генеральной совокупности:

$$n = \frac{p \cdot q \cdot t^2 \cdot N}{\Delta^2 \cdot N + p \cdot q \cdot t^2};$$

в) при выборке по методу контрольных групп или парных групп:

- если число наблюдений в группах одинаково:

для количественных признаков:

$$n = \frac{\sigma_1^2 \cdot t^2 + \sigma_2^2 \cdot t^2}{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2};$$

для номинальных признаков:

$$n = \frac{p_1 \cdot q_1 \cdot t^2 + p_2 \cdot q_2 \cdot t^2}{(p_1 - p_2)^2};$$

- если число наблюдений в группах неодинаково:

- для количественных признаков:

$$n_1 = \frac{t^2 \cdot \sigma_1^2}{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2}; \quad n_2 = \frac{t^2 \cdot \sigma_2^2}{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2} \cdot \frac{t^2 \cdot \sigma_1^2}{n_1}$$

для номинальных признаков:

$$n_1 = \frac{p_1 \cdot q_1 \cdot t^2 + A \cdot q_1 \cdot t^2}{(p_1 - p_2)^2},$$

$$n_2 = \frac{t^2 \cdot p_2 \cdot q_2}{(p_1 - p_2)^2 - \frac{t^2 \cdot p_1 \cdot q_1}{n_1}}$$

Условные обозначения:

$\sigma$  – стандартное отклонение;

$t$  - доверительный коэффициент,

$n$  - число наблюдений в выборке;

$\Delta$  - предельная ошибка выборки;

$p$  - частота появления признака в совокупности;

$q$  - показатель, альтернативный  $p$ ;

$N$  – число наблюдений в генеральной совокупности.

Расчет объема выборки производят на начальных этапах исследования, когда неизвестны параметры распределения и предельная ошибка. Источниками для определения  $\sigma$  и  $\Delta$  служат:

- результаты пилотажного исследования;
- данные литературы (аналогичные исследования);

Как крайний вариант определения этих параметров для альтернативного распределения можно взять максимально возможное значение  $\sigma^2 = p \times q = 0.5 \times 0.5 = 0.25$ , что существенно увеличивает необходимый объем наблюдений. Для количественных признаков приблизительное значение  $\sigma$  можно определить как

$$\sigma = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{6},$$

что также увеличивает необходимый объем выборки.

3. Объем выборки зависит от чувствительности критерия. С увеличением объема выборки чувствительность критерия увеличивается. Расчет чувствительности – важный этап планирования исследования.

### Задание для самостоятельной работы

1. По условию задачи определите генеральную совокупность, на которую предполагается перенести результаты данного выборочного исследования.
2. Проведите точечную оценку параметра выборочной совокупности.
3. Проведите интервальную оценку параметра выборочной совокупности.
4. Сделайте соответствующие выводы.

### Задача – эталон

При медицинском осмотре 300 учащихся специализированных школ и колледжей в 48,0% случаев были выявлены жалобы на головную боль и быструю утомляемость.

1. Генеральной совокупностью в данном случае являются все учащиеся специализированных школ и колледжей.
2. Точечная оценка параметра (расчет ошибки репрезентативности):

$$m_p = \pm \frac{pq}{\sqrt{n}} = \pm \frac{48 \times 52}{\sqrt{300}} = \pm 2,9(\%) ,$$

где  $p$  - частота признака в изучаемой совокупности (48%)  
 $q$  - альтернативный “ $p$ ” показатель (100%-48%=52%)  
 $n$  – число наблюдений (300)

3. Интервальная оценка параметра (определение доверительного интервала)

Будем определять доверительный интервал с вероятностью безошибочного прогноза 0,95 или вероятностью ошибки (уровнем значимости) 0,05.

Тогда доверительный критерий «t» при условии, что число наблюдений больше 30 (в нашем случае – 300) можно условно принять равным 2.

Теперь найдем доверительный интервал:

$$P_{\text{ген}} = P_{\text{выб}} \pm t_m = 48\% \pm 2 \cdot 2,9\% = 48\% \pm 5,8\% \quad 42,2\% \leq p \leq 53,8\%$$

Вывод: По данным выборочного исследования частота жалоб на головную боль и быструю утомляемость среди учащихся специализированных школ и колледжей будет находиться в пределах от 42,2% до 53,8% ( $p = 0,95$  или  $p = 0,05$ ).

## Контрольные вопросы

1. В чем суть выборочного исследования и каковы основные области его применения?
2. Покажите положительные и отрицательные стороны выборочного исследования.
3. Приведите примеры выборочных исследований из общественного здравоохранения.
4. Дайте определение выборки и понятия ее репрезентативности.
5. Какие вы знаете методы формирования выборки?
6. Что такое рандомизированный отбор?
7. Что понимается под оценкой параметра генеральной совокупности и какие требования к ней предъявляются?
8. Что понимается под оценкой достоверности результатов исследования и уровнем значимости его?
9. В чем заключается точечная оценка параметра генеральной совокупности?
10. Объясните суть ошибки репрезентативности и пути ее минимизации.
11. В чем заключается интервальная оценка параметра генеральной совокупности и как она проводится?
12. Какие способы определения объема выборки вы знаете?

## Тесты

(Выберите один или несколько правильных ответов)

**1. Какое из приведенных ниже требований к выборочной совокупности является основным:**

- А. Однородность
- Б. Типичность
- В. Репрезентативность
- Г. Достаточность количества наблюдений
- Д. Качественность

Ответ: В

**2. Для большинства медико-биологических исследований оптимальной является вероятность безошибочного прогноза:**

- А. 60,0%
- Б. 68,3%
- В. 95,5%
- Г. 99,7%
- Д. 100%

Ответ: В

**3. В основе выборочного метода исследования лежит закон:**

- А. Нормального распределения
  - Б. Бесконечности пространства
  - В. Больших чисел
- Ответ: В

**4. Главным свойством выборки является:**

- А. Вариабельность
  - Б. Достоверность
  - В. Репрезентативность
- Ответ: В

**5. Главным требованием к формированию выборки является:**

- А. Направленность отборки
  - Б. Случайность отбора
  - В. Точность отбора
- Ответ: Б

**6. Под количественной репрезентативностью понимается:**

- А. Охват всех возможных единиц наблюдений
  - Б. Количественное соотношение изучаемых признаков
  - В. Достаточное число наблюдений
- Ответ: В

**7. Под качественной репрезентативностью понимается:**

- А. Качественная полноценность выборочной совокупности
  - Б. Соответствие признаков единиц наблюдения в выборочной и генеральной совокупностях
  - В. Наличие качественных признаков в выборочной совокупности
- Ответ: Б

**8. Ошибка репрезентативности показывает:**

- А. Степень разнообразия изучаемого признака
  - Б. На сколько отличаются показатели выборочной и генеральной совокупностей
  - В. Уровень вероятности безошибочного прогноза
- Ответ: Б

**9. Что такое малая выборка?**

- А.  $n \leq 100$
  - Б.  $n \leq 50$
  - В.  $n \leq 30$
- Ответ: В

**10. Под доверительным интервалом понимают:**

- А. Пределы возможных колебаний показателя в генеральной совокупности
  - Б. Интервал, в пределах которого колеблется средняя арифметическая в вариационном ряду
  - В. Доверительный коэффициент
- Ответ: А

**11. Репрезентативность выборки должна быть:**

- А. Качественной
  - Б. Количественной
  - В. Полной
  - Г. Случайной
  - Д. Характеризуется всеми вышеперечисленными признаками
- Ответ: А, Б

**12. Величина доверительного коэффициента (t) определяется:**

- А. Уровнем вероятности
- Б. Разнообразием
- В. Способом расчета показателя
- Г. Всем вышеперечисленным



Д. Ничем из вышеперечисленного

Ответ: А

**13. Что устанавливает закон больших чисел?**

А. Распределение случайных величин с заданной достоверностью

Б. Тенденцию показателя выборочной совокупности при увеличении числа наблюдений максимально приближаться к генеральной совокупности

В. Закономерную устойчивость некоторых средних в массовых случайных явлениях

Г. Все вышеперечисленное

Ответ: Б

**14. Основными методами формирования выборки являются:**

А. Типологический

Б. Механический

В. Качественный

Г. Случайный

Д. Серийно-гнездовой

Ответ: А, Б, Г, Д